

B.Sc.(Math Hons.)Third Semester Back-2025

FIRST PAPER

Real Analysis-I Assignment

Attempt any four questions

Unit I

Q.1 Prove that the intersection of an arbitrary collection of closed sets is closed.

सिद्ध कीजिए कि संवृत समुच्चयों का स्वेच्छ सर्वनिष्ठ निर्धारण एक संवृत समुच्चय होता है।

Q.2 Prove that the sequence $\{x_n\}$, where $x_1 = 1, x_{n+1} = \frac{2x_n+3}{4} \forall n \in N$ is convergent.

सिद्ध कीजिए कि अनुक्रम $\{x_n\}$ जहाँ $x_1 = 1, x_{n+1} = \frac{2x_n+3}{4} \forall n \in N$ अभिसारी है।

Unit II

Q.3 Prove that every bounded sequence has a convergent subsequence.

सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक परिबद्ध अनुक्रम का एक अभिसारी उपानुक्रम होता है।

Q.4 Let f be a continuous function defined on $[a, b]$. Then prove that f is bounded on $[a, b]$.

माना $f, [a, b]$ पर परिभाषित एक संतत फलन है। तब सिद्ध कीजिए कि फलन $f, [a, b]$ पर परिबद्ध है।

Unit III

Q.5 Verify Roll's theorem for the function

$$f(x) = e^x \sin x, \forall x \in (0, \pi)$$

फलन $f(x) = e^x \sin x, \forall x \in (0, \pi)$ के लिए रोलप्रमेय का सत्यापन कीजिए।

Q.6 (a) Discuss the differentiability of the function $f(x) = |x - 2| + 2|x - 3|$ in the interval $[1, 4]$.

अन्तराल $[1, 4]$ में फलन $f(x) = |x - 2| + 2|x - 3|$ की अवकलनीयता की विवेचना कीजिए।

(a) Prove that the following function is not continuous at the origin:

सिद्ध कीजिए कि निम्न फलन मूल बन्दु पर संतत नहीं है:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^3}{x^2 + y^6}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Unit IV

Q.7 Let f be a bounded function defined on $[a, b]$ then prove that for any partition P of $[a, b]$, the lower darbox sum $L(f, P)$ and the upper darbox sum $U(f, P)$ are bounded.

माना $f, [a, b]$ पर परिभाषित परिबद्ध फलन है। तब सिद्ध कीजिए कि अन्तराल $[a, b]$ के किसी विभाजन P के लिए निम्नडाबू योग एवं उपरियोग परिबद्ध होते हैं।

Q.8 Let $f(x) = K, \forall x \in [a, b]$, where K is a constant. Then prove that f is R - integrable on $[a, b]$.

माना $f(x) = K, \forall x \in [a, b]$, जहाँ K एक अचर है। तब सिद्ध कीजिए कि $f, [a, b]$ पर R -समाकलनीय है।

SECOND PAPER
Differential Equation-I

Attempt any 4 questions.

Unit I

1. Solve (हल कीजिए) :
(a) $(1 - xy)ydx + (1 + xy)x dy = 0$
(b) $(x + 2y - 3)dx = (2x + y - 3)dy$
2. Solve (हल कीजिए) :
(a) $(y \log x - 1)dx = x dy$
(b) $(x dx + y dy) = a^2 \left(\frac{x dy - y dx}{x^2 + y^2} \right)$

Unit II

3. Solve (हल कीजिए) :
(a) $(D^2 - 4D + 2)y = 8x^2 e^{2x} \sin 2x$
(b) $(D^2 + a^2) \frac{dy}{dx} = \sec ax$
4. Find the general solution, singular solution and extraneous loci of the following equation (निम्न समीकरण का व्यापक हल, विचित्र हल तथा बाह्य बिन्दुपथ ज्ञात कीजिये) :
 $(8p^3 - 27)x = 12p^2 y$

Unit III

5. Solve (हल कीजिए) :
(a) $[(1 + x)^2 D^2 + (1 + x)D + 1]y = 4 \cos \log(1 + x)$
(b) $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 3x \frac{dy}{dx} + y = \frac{1}{(1 - x^2)}$
6. Solve (हल कीजिए) :
(a) $(D + 2)x - 3y = t$
 $-3x + (D + 2)y = e^{2t}$
(b) $\frac{dx}{z(x+y)} = \frac{dy}{z(x-y)} = \frac{dz}{x^2 + y^3}$

Unit IV

7. Solve (हल कीजिए) :
 $(2x^2 + 3x) \frac{d^2 y}{dx^2} + (6x + 3) \frac{dy}{dx} + 2y = (x + 1)e^x$
8. Solve (हल कीजिए) :
 $\frac{d^3 y}{dx^3} + \cos x \frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \sin x \frac{dy}{dx} - y \cos x = \sin 2x$

Third Paper

Numerical Analysis-I

Attempt any four Question.

Unit I

Q1(a). Prove the following identities

निम्न सर्वसमिकाओं को सिद्ध करो।

(i) $U_0 + \frac{U_1}{1} + \frac{U_2 x^2}{2} + \dots = e^x [U_0 + x \Delta U_0 + \frac{x^2}{2} \Delta^2 U_0 + \dots]$

(ii) $U_1 x + U_2 x^2 + U_3 x^3 + \dots = \frac{x}{1-x} U_1 + \frac{x^2}{(1-x)^2} \Delta U_1 + \dots$

(b). Write Newton's – Gregory Forward formula for backward interpolation.

न्यूटन ग्रेगरी का पश्च अन्तर्वेशनसूत्र लिखिए।

Q2(a). Find the value of $\Delta^5 f(0)$ by the following table:

निम्न सारणी से $\Delta^5 f(0)$ का मान ज्ञात करो।

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	3	12	81	2000	100	8

(b). Show that the relation between the operator $\Delta - \nabla = \Delta \nabla$.

सिद्ध करो कि संकारको Δ एवं ∇ में निम्न संबंध होता है। $\Delta - \nabla = \Delta \nabla$

Unit II

Q3. Use Gauss's forward formula to find out y for $x = 30$, given the following data.

गॉस के अग्र अन्तर्वेशनसूत्र का उपयोग करके नमूनसंमको के आधार पर $x = 30$ के लिए y के मान का आकलन कीजिए।

x	21	25	29	33	37
y	18.47	17.81	17.10	16.34	15.51

Q4. Find the value of $f'(.04)$ from the following table

निम्न सारणी से $f'(.04)$ का मान ज्ञात कीजिए

x	.01	.02	.03	.04	.05	.06
y	.1023	.1047	.1071	.1096	.1122	.1148

Unit III

Q5. Solve the following system of equation upto third order approximation by Jacobii iterative method.

निम्न समीकरण निकाय का जैकोबी पुनरावृत्ति विधि द्वारा तृतीय सन्निकट तक हल ज्ञात कीजिए।

$$x_1 - 3x_2 + x_3 = 4$$

$$\begin{aligned}2x_1 + x_2 - x_4 &= 5 \\3x_1 - 2x_2 - x_3 - 2x_4 &= 6 \\4x_1 - x_2 + 3x_4 &= 7\end{aligned}$$

- Q6. Find the solution of following system of equations using Gauss elimination method with partial pivoting.

निम्न रैखिक समीकरणों के निकाय का हल गॉस विलोपन विधि आंशिक आधार प्रक्रिया सहित ज्ञात कीजिए

$$\begin{aligned}x + y + z &= 7 \\3x + 3y + 4z &= 24 \\2x + y + 3z &= 16\end{aligned}$$

Unit IV

- Q7. Given the following data, find the value of the following integral using Simpson's $\frac{1}{3}$ rule and compare it with the actual value.

निम्न आंकड़ों से निम्न समाकल का सिम्पसन के $\frac{1}{3}$ नियम द्वारा मान ज्ञात कीजिए तथा वास्तविक मान से इसकी तुलना कीजिए।

$$\int_0^4 e^x dx, \quad e = 2.72, \quad e^2 = 7.39; \quad e^3 = 20.09, \quad e^4 = 54.60$$

- Q8. Compute the value of following integral by Trapezoidal rule
ट्रेपिजोइडल (समलम्बीय) नियम द्वारा निम्न समाकल के मान का परिकलन कीजिए

$$\int_{0.2}^{1.4} (\sin x - \log_e x + e^x) dx$$

Paper IV

Operations Research

Attempt any 4 questions.

Unit I

1. Explain various schemes by which Operations Research models can be classified.

उन विभिन्न योजनाओं की व्याख्या कीजिए जिनके द्वारा संक्रिया विज्ञान मॉडलों को वर्गीकृत किया जा सकता है।

2. Write short note on characteristics of Operations Research.

संक्रिया विज्ञान की विशेषताओं पर संक्षिप्त टिप्पणी लिखिए।

Unit II

3. (a) Solve the following game using dominance principle:

प्रभुत्व सिद्धांत का उपयोग करके निम्नलिखित गेम को हल करें

		Player B				
Player A		I	II	III	IV	V
	I	3	5	4	9	6
	II	5	6	3	7	8
	III	8	7	9	8	7
	IV	4	2	8	5	3

(b) Solve the following game by linear programming problem:

रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या द्वारा निम्नलिखित गेम को हल करें

Player B

$$\text{Player A} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 3 & 5 & -3 \\ 6 & 2 & -2 \end{bmatrix}$$

4.(a) State and prove the Minimax Theorem of game theory.

खेल सिद्धांत के मिनिमैक्स प्रमेय को लिखिए और सिद्ध कीजिए।

(b) A manufacturer has to supply his customer with 600 units of his product per year. Shortages are not allowed and the storage cost is Rs. 0.60 per unit per year. The setup cost per run is Rs. 80. Find the following:

एक निर्माता को अपने ग्राहक को प्रति वर्ष अपने उत्पाद की 600 इकाइयों की आपूर्ति करनी होती है। उत्पादन का अभाव नहीं है तथा उत्पादन की प्रति वर्ष इकाई भंडारण लागत रु 0.60 प्रति यूनिट है। व्यवस्था खर्च प्रति 80 रु० है। निम्नलिखित ज्ञात कीजिये

(i) EOQ (मितव्ययी प्रचय आमाप)

(ii) Minimum Average Yearly Cost (न्यूनतम औसत वार्षिक लागत)

(iii) Optimum number of orders per year (प्रति वर्ष आदेशों की इष्टतम संख्या)

(iv) Optimum period of supply per optimum order (इष्टतम आदेश के अनुसार आपूर्ति की इष्टतम अवधि)

Unit III

5.(a) State and prove fundamental theorem of game theory.

खेल सिद्धांत के मूलभूत प्रमेय को लिखिए और सिद्ध कीजिए।

(b) Solve the following 2×2 game by arithmetic method:

निम्नलिखित 2×2 खेल को अंकगणितीय विधि से हल करें

Player B

$$\text{Player A} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

6.(a) Solve the following 2×3 game by graphical method:

निम्नलिखित 2×3 खेल को लेखाचित्र विधि से हल करें

Player B

$$\text{Player A} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 11 \\ 8 & 5 & 2 \end{bmatrix}$$

(b) Solve the following 2×2 game by graphical method:

निम्नलिखित 2×2 खेल को लेखाचित्र विधि से हल करें:

Player B

$$\text{Player A} \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$$

Unit IV

7.(a) If x is a random Poisson Variate such that $P(x=1) = P(x=2)$, find $P(x=4)$.

यदि x एक यादृच्छिक प्वासो विचर हो, जबकि $P(x = 1) = P(x = 2)$, तो $P(x = 4)$ ज्ञात कीजिए।

(b) Find mean and standard deviation of the following probability distribution:

निम्नलिखित प्रायिकता बंटन का माध्य और मानक विचलन ज्ञात कीजिए:

$$p(x) = \frac{1}{2\sqrt{6\pi}} e^{-\frac{(x-3)^2}{24}}$$

8.(a) A perfect cubic die is thrown a large number of times in sets of 8. The occurrence of 5 or 6 is called a success. In what proportion of the sets would you expect 3 success.

एक पूर्ण घन पासे को 8 के समुच्चय में बड़ी संख्या में फेंका जाता है। 5 या 6 के आने को सफलता कहते हैं। सेट के किस अनुपात में आप 3 सफलता की उम्मीद करेंगे।

(b) The mean and variance of 1000 soldiers in a regiment are 68.22 inches and 10.8 inches respectively. Assuming the distribution to be normal, how many soldiers would you expect to be over six feet tall? Given that: for $z = 1.15$ the area is 0.3749.

एक रेजिमेंट में 1000 सैनिकों का माध्य और विचरण क्रमशः 68.22 इंच और 10.8 इंच है। वितरण को सामान्य मानते हुए, आप छह फीट से अधिक लंबे कितने सैनिकों की अपेक्षा करेंगे? दिया गया है: $z = 1.15$ के लिए क्षेत्रफल 0.3749 है।

B.Sc.(Math Hons.) Fifth Semester Back 2025

Assignment MATHEMATICS

Paper-I Abstract Algebra-I

Attempt any four questions

Unit I

1. If a and b are any two elements of a group $(G, *)$ then show that the equation $a * x = b$ and $y * a = b$ have unique solution in G .

यदि a और b किसी समूह $(G, *)$ के कोई दो अवयव हैं तो दर्शाइए कि समीकरण $a * x = b$ और $y * a = b$ के अद्वितीय हल हैं।

2.(a) Find $\sigma^{-1}\rho\sigma$, when
 $\sigma^{-1}\rho\sigma$ ज्ञात कीजिए

$$\rho = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 8 & 9 & 6 & 4 & 5 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

And

$$\sigma = (1 \ 3 \ 4)(5 \ 6)(2 \ 7 \ 8 \ 9)$$

Also express the permutations ρ as a product of disjoint cycles. Find whether ρ is even or odd permutation and give its order.

तथा क्रमचय को असंयुक्त चक्रों के गुणनफल के रूप में भी व्यक्त करें। ज्ञात कीजिए कि ρ सम है या विषम क्रमचय और कोटि भी बताइये

(b) If H and K are any two subgroups of a group G then prove that HK is a subgroup of G iff $HK=KH$.

यदि H और K समूह G के कोई दो उपसमूह हैं तो सिद्ध कीजिए कि HK , G का एक उपसमूह है यदि और केवल यदि $HK=KH$.

Unit II

3.(a) State and prove Lagrange's theorem.

लैग्रेंज के प्रमेय का कथन दीजिये तथा सिद्ध कीजिये

(b) Prove that any two right (left) cosets of a subgroup of a group are either identical or disjoint.

सिद्ध करें कि एक समूह के उपसमूह के कोई भी दो दाएं (बाएं) सह समुच्चय या तो समान या असंबद्ध हैं।

4. (a) If H and K are two normal subgroups of G then prove that HK is also a normal subgroup of G .

यदि H और K , G के दो सामान्य उपसमूह हैं तो सिद्ध कीजिए कि HK भी G का एक सामान्य उपसमूह है।

- (b) Find the quotient group G/H when $G = \langle Z_8, +_8 \rangle$, $H = \langle \{0, 4\}, +_8 \rangle$
भागफल समूह G/H ज्ञात कीजिए जब $G = \langle Z_8, +_8 \rangle$, $H = \langle \{0, 4\}, +_8 \rangle$

Unit III

- 5(a) Prove that a homomorphism f of a group G into a group G' is a monomorphism iff kernel of $f = \{e\}$, where e is the identity in G .

सिद्ध कीजिए कि समूह G का समूह G' में समाकारिता f एक एकैक समकारिता है यदि और केवल यदि $\ker f = \{e\}$, जहाँ e G में तत्समक है

- (b) Show that the set J of Gaussian Integers $J = \{m + in | m, n \in \mathbb{Z}\}$ form a ring with respect to ordinary addition and multiplication of complex numbers.

दर्शिये कि गाऊसी पूर्णाकों का समुच्चय $J = \{m + in | m, n \in \mathbb{Z}\}$ सम्मिश्र संख्याओं का साधारण जोड़ और गुणा के संबंध में एक वलय बनाते हैं।

6. Prove that every field is an integral domain but the converse is not necessarily true.

सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक क्षेत्र एक पूर्णाकिय प्रान्त है लेकिन विलोम आवश्यक रूप से सत्य नहीं है।

Unit IV

7. (a) Prove that the necessary and sufficient conditions for a non – empty subset K of a field F to be a subfield are

सिद्ध कीजिए कि एक क्षेत्र F के एक अरिक्त उपसमुच्चय K के उपक्षेत्र होने के लिए आवश्यक और पर्याप्त शर्तें हैं

- (i) $a \in K, b \in K \Rightarrow a - b \in K$
(ii) $a \in K, 0 \neq b \in K \Rightarrow ab^{-1} \in K$

- (b) Prove that the intersection of two subrings is also a subring.

सिद्ध कीजिए कि दो उपवलय का प्रतिच्छेदन भी एक उपवलय होता है।

8. Prove that $S = \{a + 2^{1/3}b + 4^{1/3}c | a, b, c \in \mathbb{Q}\}$ is a subfield of \mathbb{R} .

सिद्ध कीजिए कि $S = \{a + 2^{1/3}b + 4^{1/3}c | a, b, c \in \mathbb{Q}\}$, \mathbb{R} का एक उपक्षेत्र है।

Paper-II

Complex Analysis-I

Attempt any four Question.

Unit I

- 1.(a) Obtain the equation of a circle through three given points.
तीन बिन्दुओं से गुजरने वाले वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए।
- (b) Prove that the area of the triangle whose vertices are the points z_1, z_2, z_3 on the Argand diagram is
सिद्ध कीजिये कि आर्गेण्ड चित्र में बिन्दुओं z_1, z_2, z_3 शीर्ष वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$\sum \{(z_2 - z_3)|z_1|^2 / (4iz_1)\}$$

- 2.(a) Prove that सिद्ध कीजिए कि

$$\lim_{z \rightarrow i} \frac{3z^4 - 2z^3 + 8z^2 - 2z + 5}{z - i} = 4 + 4i$$

- (b) Prove that the function $f(z) = |z|^2$ is continuous every where but its derivative exists only at the origin.

सिद्ध कीजिए कि फलन $f(z) = |z|^2$ सर्वत्र संतत है किन्तु इसके अवकलन का अस्तित्व केवल मूल बिन्दु पर ही है।

Unit II

- 3.(a) Define Singular Point. Prove the necessary condition that a function $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ be analytic in a domain D is that in D, u and v satisfy the Cauchy – Riemann equation i.e.

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$$

विचित्र बिन्दु परिभाषित कीजिए तथा सिद्ध कीजिए कि फलन $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ के किसी प्रान्त D में विश्लेषिक होने के लिए आवश्यक प्रतिबन्ध है कि उस प्रान्त में u तथा v कोशी-रीमान समीकरण संतुष्ट करते हैं अर्थात्

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$$

- (b) Show that the function $f(z) = \sqrt{(|xy|)}$ satisfies the Cauchy – Riemann equation at the origin but is not analytic at the point.

प्रदर्शित कीजिए की फलन $f(z) = \sqrt{(|xy|)}$ मूल बिन्दु पर कोशी-रीमान समीकरणों को सन्तुष्ट करता है परन्तु इस बिन्दु पर विश्लेषिक फलन नहीं है।

- 4.(a) Define Harmonic Function. Show that function $u = \cos x \cos hy$ is harmonic and find its harmonic conjugate.

प्रसंवादी फलन परिभाषित कीजिए सिद्ध कीजिए कि फलन $u = \cos x \cos hy$ प्रसंवादी फलन है तथा इसका प्रसंवादी संयुग्मी ज्ञात कीजिए।

- (b) Prove that $u(x, y) = x^3 - 3xy^2 + 3x^2 - 3y^2 + 1$ satisfy Laplace equation. Also determine the corresponding analytic function $f(z) = u + iv$.

सिद्ध कीजिए कि $u(x, y) = x^3 - 3xy^2 + 3x^2 - 3y^2 + 1$ लेप्लास समीकरण को सन्तुष्ट करता है, निम्न का विश्लेषण फलन $f(z) = u + iv$ भी ज्ञात कीजिए।

Unit III

5. State and prove Cauchy – Goursat Theorem.

कोशी-गूर्सा प्रमेय का कथन लिखिए एवं इसे सिद्ध कीजिए।

- 6.(a) Evaluate $\int_0^{1+i} z^2 dz$

मान ज्ञात कीजिय $\int_0^{1+i} z^2 dz$

- (b) If $f(z)$ is analytic in a simply connected domain G , then the indefinite integral $\int_{z_0}^z f(z)dz$ is independent of the path joining z_0 with z in G .

सिद्ध कीजिए कि यदि एकशः सम्बद्ध प्रदेश G में $f(z)$ विश्लेषिक फलन हो, तो अनिश्चित समाकल $\int_{z_0}^z f(z)dz$, G में बिन्दुओं z_0 तथा z को मिलाने वाले पथ से स्वतंत्र होता है।

Unit IV

7. State and prove Morera Theorem.
मोरेरा प्रमेय का कथन लिखिए एवं इसे सिद्ध कीजिए।

- 8.(a) Find the value of $\int_{|z|=1} \frac{\sin^6 z}{[z - (\pi/6)]^3} dz$ मान ज्ञात कीजिए।

$$\int_{|z|=1} \frac{\sin^6 z}{[z - (\pi/6)]^3} dz$$

- (b) State and prove Liouville's Theorem.
ल्यूवेल प्रमेय का कथन लिखिए एवं इससे सिद्ध कीजिए।

THIRD PAPER

Dynamics

Attempt any four Question.

Unit I

1. (a) An insect crawls at a constant rate ' u ' along the spoke of a cart wheel of radius ' a '. The cart is moving with velocity ' v '. Find the acceleration along and perpendicular to the spoke of the insect at time ' t '.
 एक कीड़ा किसी गाड़ी के a त्रिज्या वाले पहिये के आरे पर अचर चाल u से रेंगता है और गाड़ी v वेग से चलती है। t समय पर आरे की दिशा में तथा उसके लम्बवत दिशा में कीड़े के त्वरण ज्ञात कीजिए।
- (b) A particle is describing a circle of radius ' a ' in such a way that the tangential acceleration is always ' k ' times the normal acceleration. If its speed at a certain point is ' u ', prove that it will return to the same point after ' a ' time $\frac{a}{ku}(1 - e^{-2\pi k})$
 एक कण a त्रिज्या के वृत्त में ऐसे चलता है कि उसका स्पर्श रेखीय त्वरण उसके अभिलाम्बिक त्वरण का सदैव k गुणा रहता है। यदि किसी बिन्दु पर उसकी चाल u हो तो सिद्ध करो कि वह उसी बिन्दु पर $\frac{a}{ku}(1 - e^{-2\pi k})$ समय पश्चात लौट आयेगा।
2. (a) The earth's attraction on a particle varies inversely as the square of its distance from the earth's center. A particle whose weight on the surface of the earth is ' w ', falls to the surface of the earth from a height $5a$, above it. Show that the work done by the earth's attraction is $\frac{5}{6}aw$, where ' a ' is the radius of the earth.
 किसी कण पर पृथ्वी का गुरुत्वाकर्षण बल कण की पृथ्वी के केन्द्र से दूरी के व्युत्क्रम वर्गानुपाती है। एक कण जिसका पृथ्वी की सतह पर w भार है, सतह पर $5a$ ऊंचाई से गिरता है। सिद्ध कीजिए कि गुरुत्वाकर्षण बल द्वारा किया गया कार्य $\frac{5}{6}aw$ है, जहाँ a पृथ्वी की त्रिज्या है।
- (b) Prove that the mean K.E. of a particle of mass ' m ' moving under a constant force in any interval of time is $\frac{1}{6}m(u_1^2 + u_1u_2 + u_2^2)$ where u_1 and u_2 are initial and final velocities.
 सिद्ध कीजिए कि किसी अचर बल के अधीन चलने वाले m संहति के एक कण की औसत गतिज ऊर्जा किसी समय के अन्तराल में $\frac{1}{6}m(u_1^2 + u_1u_2 + u_2^2)$ होगी, यदि u_1 तथा u_2 प्रारंभिक और अन्तिम वेग हों।

UNIT-II

3. (a) A particle is performing S.H.M. of period T about a centre O and it passes through a point P (where $OP = b$) with a velocity v in the direction OP . Prove that the time that elapses before it returns to P is $\frac{T}{\pi} \tan^{-1} \left(\frac{vT}{2\pi b} \right)$.
 एक कण केन्द्र O के सापेक्ष T आवर्तकाल की सरल आवर्त गति करे और यह किसी बिन्दु P (जहाँ $OP = b$), OP की दिशा में v वेग से गुजरे, तो सिद्ध कीजिए कि वह P पर पुनः $\frac{T}{\pi} \tan^{-1} \left(\frac{vT}{2\pi b} \right)$ समय के पश्चात लौटेगा।
- (b) If corresponding to two masses m_1 and m_2 attached to the end of a vertical elastic string, T_1 and T_2 be the periods of small oscillations and a_1, a_2 the statical extensions corresponding to these masses, prove that $g(T_1^2 - T_2^2) = 4\pi^2(a_1 - a_2)$
 यदि किसी ऊर्ध्वाधर प्रत्यास्थ डोरी के लगे हुए दो विभिन्न द्रव्यमान m_1, m_2 के संगत लघु दोलन के आवर्तकाल T_1

तथा T_2 हों और उनके संगत स्थैतिक विस्तार a_1 तथा a_2 हों तो सिद्ध कीजिए कि :

$$g(T_1^2 - T_2^2) = 4\pi^2(a_1 - a_2).$$

4.

- (a) A particle of mass 'm' is projected vertically upwards under gravity, the resistance of the air being mk times the velocity. Show that the greatest height attained by the particle is $\frac{V^2}{g}[\lambda - \log(1 + \lambda)]$, where V is the terminal velocity of the particle λV is its initial velocity.

m संहति का एक कण गुरुत्वाकर्षण के अधीन ऊर्ध्वाधर दिशा में ऊपर फेंका जाता है। यदि वायु का प्रतिरोध, वेग का mk गुणा हो तो सिद्ध कीजिए कि कण की अधिकतम ऊँचाई होगी $\frac{V^2}{g}[\lambda - \log(1 + \lambda)]$ जहाँ V माध्यम में कण का अन्तिम वेग है तथा λV इसका प्रारम्भिक ऊर्ध्वाधर वेग है।

- (b) A particle falls from rest under gravity in a medium whose resistance varies as the square of the velocity, if v be the velocity actually acquired by it, v_0 the velocity it would have acquired had there been no resisting medium, and V the terminal velocity, prove that :
एक कण गुरुत्वाकर्षण के अधीन विरामवस्था से एक ऐसे माध्यम में गिरता है जिसका प्रतिरोध वेग के वर्ग समानुपाती है। यदि v वह वेग है जो उसके द्वारा वास्तव में प्राप्त किया जाता है, v_0 वह वेग है जो वह प्राप्त कर लेता यदि कोई प्रतिरोधी माध्यम न होता और V माध्यम में अन्तिम वेग है, तो सिद्ध करो कि :

$$\frac{v^2}{v_0^2} = 1 - \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{V^2} + \frac{1}{2.3} \frac{v_0^4}{V^4} - \frac{1}{2.3.4} \frac{v_0^6}{V^6} + \dots$$

UNIT-III

5. (a) A projectile aimed at a mark which is in a horizontal plane through the point of projection, falls a feet too short when the elevation is ' α ' and ' b ' feet too far when the elevation is ' β '. Show that, if the velocity of projection be the same in cell cases, the proper elevation to hit the mark is:

एक प्रक्षेप्य, उसके प्रक्षेप बिन्दु से होकर जाने वाले क्षैतिज तल में स्थित किसी लक्ष्य की ओर फेंका जाने पर उससे a फुट पहले रह जाता है, जबकि उसका उन्नतांश α होता है और जब उसका उन्नतांश β होता है तो लक्ष्य से b फुट आगे निकल जाता है। सिद्ध करो कि यदि प्रक्षेप वेग सभी अवस्थाओं में एक ही रहे तो लक्ष्य के लिए सही उन्नतांश होगा :

$$\frac{1}{2} \sin^{-1} \left\{ \frac{a \sin 2\beta + b \sin 2\alpha}{a+b} \right\}$$

- (b) Shots are fired simultaneously from the top and bottom of a vertical cliff with elevations α and β respectively strike an object simultaneously at the same point. Show that, if ' a ' is the horizontal distance of the object from the cliff, the height of the cliff is $a(\tan \beta - \tan \alpha)$.

एक ऊर्ध्वाधर मीनार की चोटी व पाद से दो गोलियाँ क्रमशः α व β कोण पर एक साथ इस प्रकार दागी जाती है कि वे एक साथ किसी वस्तु को एक ही बिन्दु पर टकराती है। यदि वस्तु की मीनार से क्षैतिज दूरी a हो, तो सिद्ध करो कि मीनार की ऊँचाई $a(\tan \beta - \tan \alpha)$ होगी।

- 6 . (a) A heavy particle of weight W , attached to a fixed point by a light inextensible string, describes a circle in a vertical plane. The tension of the string has the values mW and nW respectively, when the particle is at the highest and the lowest point of its path. Show that $n = m + 6$

एक W भार वाला कण जो कि स्थिर बिन्दु से एक भारहीन अविटान्य डोरी से बंधा है और ऊर्ध्वाधर तल में एक वृत्त में घूम रहा है। जब कण अधिकतम तथा न्यूनतम ऊँचाई पर होता है, तो डोरी में खिंचाव क्रमशः mW तथा nW होता है, तो सिद्ध कीजिए कि $n = m + 6$.

- (b) A particle slides down from rest, from the highest point of a smooth vertical circle.

Discuss its motion.

एक कण किसी चिकने उर्ध्वाधर वृत्त के उच्चतम बिन्दु पर विरामावस्था से फिसलता है। इसकी गति की विवेचना कीजिए।

UNIT-IV

7. (a) Find the moment of inertia of a uniform rectangular lamina of sides $2a$, $2b$ and mass M about a line through centre and perpendicular to its plane.

2a तथा 2b भुजाओं वाले तथा संहति M के किसी एक समान आयताकार पटल का उस रेखा के परितः जड़त्व आघूर्ण ज्ञात कीजिए, जो पटल केन्द्र से गुजरे तथा तल के लम्बवत हो।

(b) Find the moment of inertia of a solid sphere of radius ' a ' and mass ' M ' about its diameter.
 a त्रिज्या तथा M संहति के ठोस गोले का गोले के किसी व्यास के परितः जड़त्व आघूर्ण ज्ञात कीजिए।

8 . Show that the moment of inertia of a semicircular lamina about a tangent parallel to the bounding diameter is $Ma^2 \left(\frac{5}{4} - \frac{8}{3\pi} \right)$ where a is the radius and M is the mass of the lamina.
प्रदर्शित कीजिए कि अर्ध – वृतीय पटल का उसके सीमक व्यास के समान्तर सपर्श रेखा के परितः जड़त्व आघूर्ण $Ma^2 \left(\frac{5}{4} - \frac{8}{3\pi} \right)$ है , जहाँ पटल की संहति M तथा त्रिज्या a है।

Fourth Paper
Statistics –I

Attempt any four Questions.

Unit -I

Q1 What is Statistical Table ? Mention the rules of the construction of a table .

सांख्यिकीय तालिका क्या है? एक टेबल के निर्माण के नियमों का उल्लेख करें।

Q2 Find Arithmetic Mean and standard deviation of first n natural number.

प्रथम n प्राकृत संख्या का सामंतीर मध्य और मानक विचलन ज्ञात कीजिए

Unit II

Q3 Explain the mathematical properties of standard deviation . Why is standard deviation used more than mean deviation ?

मानक विचलन के गणितीय गुणों की व्याख्या कीजिए। मानक विचलन का उपयोग माध्य विचलन से अधिक क्यों किया जाता है?

Q4 Define Moments . Why do we calculate first four central moments only?

क्षणों को परिभाषित करें। हम केवल पहले चार केंद्रीय क्षणों की गणना क्यों करते हैं?

Unit III

Q5 Define Coefficient of Correlation and mention its important properties .

सहसंबंध गुणांक को परिभाषित कीजिए तथा इसके महत्वपूर्ण गुणों का उल्लेख कीजिए।

Q6 What do you mean by Analysis of Time Series ? Explain Briefly the different components of time series ?

समय श्रृंखला के विश्लेषण से आप क्या समझते हैं ? समय श्रृंखला के विभिन्न घटकों को संक्षेप में समझाइए ?

Unit IV

Q7 Write a short note on simple random sampling of attributes ?

विशेषताओं के सरल यादृच्छिक प्रतिचयन पर एक संक्षिप्त टिप्पणी लिखिए ?

Q8 Define student's t – statistics and derive its distribution

छात्र के t-ऑकड़ों को परिभाषित करें और उसका वितरण प्राप्त करें