BA./ B.Sc. IV Semester

Assignment

Mathematics

Paper-I

Attempt one Question from each Unit.

Unit-I

Q.1 (a) Show that the sequence $\{f_n\}$,where $f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2} \quad \forall\, x \in [a,b]$ is not uniformly convergent on any interval [a,b] containing 0.

प्रदर्शित कीजिए कि अनुक्रम $\{f_n\}$ जहां $f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2} \quad \forall\, x \in [a,b]$ 0 को समाहित करने वाले किसी भी अन्तराल $[a,b]$ पर एकसमान अभिसारित नही होता है।

(b) Test for uniform convergence of the series.

निम्न श्रेणी के एकसमान अभिसरण के लिए परीक्षण कीजिए।

$$\sum \frac{x}{(n+x^2)^2}$$

Q.2 (a) Prove that the sequence $\{f_n\}$ where $f_n(x) = x^{n-1}(1-x)$ converges uniformly in the interval [0,1]

सिद्ध कीजिये कि अनुक्रम $\{f_n\}$ जहां $f_n(x) = x^{n-1}(1-x)$, अन्तराल $[0,1]$ में एकसमान अभिसारिता होता है।

(b) Test the series $\sum \frac{(-1)^{n-1}}{(n+x^2)}$ for uniform convergence for all values of x.

x के सभी मानों के लिए श्रेणी $\sum \frac{(-1)^{n-1}}{(n+x^2)}$ के एकसमान अभिसरण का परीक्षण कीजिये।

Unit-II

Q.3(a) Show that the following mapping is pseudo metric but not a metric.

प्रदर्शित कीजिए कि निम्न प्रतिचित्रण एक छद्म – दूरीक है परन्तु दूरीक नहीं है :

$d: R \times R \to R$ s.t. ताकि $d(x,y) = |x^2 - y^2|$.

(b) Let A and B be subsets of a metric space (x,d) then show that

माना कि A तथा B दूरीक समष्ठि (x,d) के उपसमुच्चय है तो प्रदर्शित कीजिए कि

$$\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

Q.4 (a) Prove that in a metric space every open sphere is an open set.

सिद्ध कीजिए कि किसी भी दूरीक समष्ठि में , प्रत्येक विवृत गोलक एक विवृत समुच्चय होता है।

(b) In a metric space , prove that every derived set is a closed set.

किसी भी दूरीक समष्टि में सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक व्युत्पन्न समुच्चय एक संवृत समुच्चय होता है।

Unit-III

Q.5. (a) Let (S,d^*) is a subspace in a metric space (X,d). If $B \subset S$ is open (closed) in X, then show that B is also open (closed) in S.

माना कि (S,d^*) दूरीक समष्टि (X,d) की उपसमष्टि है। यदि $B \subset S$, X में विवृत (संवृत) है तो प्रदर्शित कीजिए कि B,S में भी विवृत (संवृत) होगा।

(b) Let (X,d_1) and (Y,d_2) be metric spaces. Show that $f: X \to Y$ is continuous iff

माना कि (X,d_1) तथा (Y,d_2) दो दूरीक समष्टि है। प्रदर्शित कीजिए कि $f: X \to Y$ संतत होगा यदि और केवल यदि

$$f(\overline{A}) \subseteq \overline{f(A)} \quad \forall \quad A \subseteq X.$$

Q.6. (a) In a metric space, prove that every convergent sequence is a Cauchy sequence.

किसी दूरीक समष्टि में , सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक अभिसारी अनुक्रम एक कौशी अनुक्रम होता है।

(b) Prove that the product space is a metric space.

सिद्ध कीजिए कि गुणन समष्टि एक दूरीक समष्टि होती है।

Unit-IV

Q.7 (a) Prove that every closed subset of a compact metric space is compact.
सिद्ध कीजिये कि संहत दूरीक समष्टि का प्रत्येक संवृत उपसमुच्चय संहत होता है।

(b) Let X be an infinite set with the discrete metric d, then show that (X,d) is not compact.
माना कि X विविक्त दूरीक d का एक अनन्त समुच्चय है , तब प्रदर्शित कीजिए कि (X,d) संहत नहीं है।

Q.8 (a) Prove that the union of two connected sets, having non – empty intersection is connected.
सिद्ध कीजिए कि अरिक्त सर्वनिष्ट वाले दो सम्बद्ध समुच्चयों का संघ सम्बद्ध होता है।

(b) Discuss the connectedness of the following subset of R^2.
R^2 के निम्न उपसमुच्चय की सम्बद्धता की जाँच कीजिए :

$$D = \{(x, y): x \neq 0 \quad and \quad y = sin\left(1/x\right)\}$$

BA/ B.Sc. IV Semester

Assignment

Mathematics

Paper-II

Attempt one question from each unit.

Unit-I

Q.1. Solve (हल कीजिए):– $\frac{d^2y}{dx^2} + (1 - \cot x)\frac{dy}{dx} - y\cot x = sin^2x$

Q.2. Solve by the method of variation of parameters

प्राचल विचरण विधि द्वारा हल कीजिये

$$\frac{d^2y}{dx^2} + a^2y = cosec\ ax$$

Unit-II

Q.3. Solve the differential equation

अवकल समीकरण हल कीजिये।

(a) $y(1 - \log y)\frac{d^2y}{dx^2} + (1 + \log y)\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 0$

(b) $\frac{d^2y}{dx^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$

Q.4 Find the complete integral of the following equation by Charpit's method

निम्नलिखित समीकरण से चार्पी विधि से पूर्ण समाकलन ज्ञात कीजिये।

$2(z + xp + yq) = yp^2$

Unit-III

Q.5. Solve the partial differential equation

आंशिक अवकल समीकरण हल कीजिये।

(a) $r - 2\,s\, + t = \sin\,(2x + 3y)$

(b) $r - 4\,s + 4t + p - 2q = e^{x+y}$

Q.6. Solve: (हल कीजिए) :

$$x^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = (x^2 + y^2)^{\frac{n}{2}}$$

Unit-IV

Q.7. Solve by Monge's method

मोंग्स विधि द्वारा हल कीजिये :

$$r = a^2t$$

Q.8. Solve by the method of separation of variable

चरों के पृथक्करण विधि द्वारा हल कीजिये

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{1}{K}\frac{\partial z}{\partial t}$$