# Department of Mathematics

# B.A./ B.Sc. Assignment-2025

**Note: Attempt any Four Questions in each paper of your Semester.**

# B.A. / B.Sc / B. Sc.(Mathematics) Sem-I

## MATHEMATICS

## Discrete Mathematics and Optimization Techniques-I

### Unit I

1.(a) If $A, B$ and $C$ are any three sets , then prove that : $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ .

यदि A, B और C कोई भी तीन समुच्चय हों, तो यह सिद्ध कीजिए कि:

$A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

(b) If $S = \{(a, b): 1 + ab > 0; a, b \in R\}$ is a relation on the set $R$ of real numbers, then show whether $S$ is an equivalence relation or not.

यदि $S=\{(a,b):1+ab>0;\ a,b\in R\}$ वास्तविक संख्याओं के समुच्चय R पर एक संबंध है,तो यह दिखाइए कि S तुल्यता संबंध है या नहीं ।

2. (a) Prove that in a Boolean algebra $(B, +, ., ', 0, 1)$, binary relation " $\leq$ " defined by $(a \leq b \Leftrightarrow ab' = 0; a, b \in B)$ is a partial order relation.

सिद्ध कीजिए कि किसी बूलियन बीजगणित $(B,+,\cdot,',0,1)$ में, द्विआधारी संबंध "$\leq$" को इस प्रकार परिभाषित किया गया है: $(a \leq b \Leftrightarrow ab'=0;\ a,b\in B)$ तो यह संबंध एक **आंशिक क्रम संबंध** है।

(b) Define minterm and maxterm for a Boolean algebra. Express the following Boolean function in its conjunctive normal form:

$(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3).(x_1.x_2 + x'.x_3)'$.

किसी बूलियन बीजगणित में न्यून पद और अधिक पद को परिभाषित कीजिए। निम्नलिखित बूलियन फलन को उसके संयोजक सामान्य रूप में व्यक्त कीजिए।

$(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3).(x_1.x_2 + x'.x_3)'$.

### Unit II

3.(a) Solve the following recurrence relation

निम्नलिखित पुनरावृत्ति संबंध को हल कीजिए

$a_r = a_{r-1} + a_{r-2}; r \geq 2, a_0 = 0, a_1 = 1.$

(b) Using generating function find the solution of the following recurrence relation:

जनक फलन का उपयोग करके निम्नलिखित पुनरावृत्ति संबंध का हल निकालिए

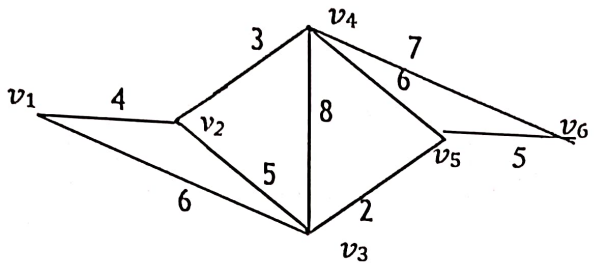
$a_r - 2a_{r-1} = 5; r \geq 1, a_0 = 1$

4. (a) Define Degree of a Vertex. Prove that the number of vertices of odd degrees in a graph is always even.

शीर्ष की कोटि को परिभाषित कीजिए। सिद्ध कीजिए कि किसी ग्राफ में विषम कोटि वाले शीर्षों की संख्या हमेशा सम होती है।

(b) Find the shortest path and shortest distance from the vertices $v_1$ to $v_6$ in the following weighted graph.

निम्नलिखित भारित ग्राफ में शिखर $v_1$ से $v_6$ तक का सबसे छोटा मार्ग और सबसे छोटी दूरी ज्ञात कीजिए।



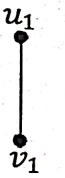

**Unit III**

5.(a) Prove that a connected graph has an Euler trail if and only if it has at most two vertices of odd degree.

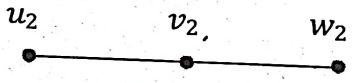
सिद्ध कीजिए कि कोई संबद्ध ग्राफ तब और केवल तब एक ऑयलर ट्रेल (Euler Trail) रखता है जब उसमें अधिकतम दो विषम कोटि वाले शीर्ष हों।

(b) Find product $G_1 \times G_2$ and composition $G_1[G_2]$ of the following two graphs $G_1$ and $G_2$. Also write number of vertices and edges in the resulting graphs:-

निम्नलिखित दो ग्राफ G1 और G2 का गुणनफल G1× G2 और संयोजन G1[G2] ज्ञात कीजिए। साथ ही, प्राप्त होने वाले ग्राफ में शीर्षों (vertices) और कोरे (edges) की संख्या भी लिखिए।




Graph $G_1$



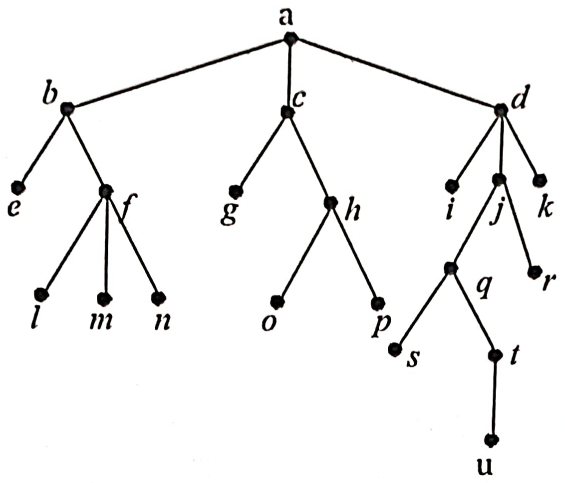

Graph $G_2$

6.(a) Define Trivial Tree. Prove that every non trivial tree contains at least two pendant vertices.

तुच्छ वृक्ष (Trivial Tree) को परिभाषित कीजिए।
सिद्ध कीजिए कि हर अतुच्छ वृक्ष (non-trivial tree) में कम से कम दो निलंबी शीर्ष होते हैं।

(b) Answer the following questions about the rooted tree shown below:

i) List all the internal vertices of the tree उस वृक्ष के सभी आंतरिक शीर्षों की सूची बनाइए।
ii) Which vertices are children of j? कौन-कौन से शीर्ष j के शिशु हैं?
iii) Which vertice is the parent of h? h का माता-पिता कौन सा शिखर है?
iv) Which vertices are ancestors of m? m के पूर्वज कौन-कौन से शिखर हैं?
v) Which vertices are descendants of b? b के वंशज कौन-कौन से शिखर हैं?




**Unit IV**

7. Solve the following L.P.P.

निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या (L.P.P.) को हल करें।

अधिकतम (Max.) $z = 5x_1 + 3x_2$

प्रतिबंध (s.t.) $3x_1 + 5x_2 \leq 15$

$5x_1 + 2x_2 \leq 10$

$x_1, x_2 \geq 0$

8. Solve the following Assignment Problem.

निम्नलिखित नियतन समस्या को हल करें।

| Task (कार्य) | Subordinates (अधीनस्थ कार्यकर्ता) | | | |
|---|---|---|---|---|
| | I | II | III | IV |
| A | 8 | 26 | 17 | 11 |
| B | 13 | 28 | 4 | 26 |
| C | 38 | 19 | 18 | 15 |
| D | 19 | 26 | 24 | 19 |

*****

**B.A./ B.Sc. III Semester**
**Mathematics**
**First Paper**
**Real Analysis**

Attempt Any four Questions.

**1.** (a) Prove that the sequence $\{x_n\}$, where $x_1 = 1, x_{n+1} = \frac{2x_n+3}{4}$ $\forall n \in N$ is convergent.

सिद्ध कीजिए कि अनुक्रम $\{x_n\}$ जहाँ $x_1 = 1, x_{n+1} = \frac{2x_n+3}{4}$ $\forall n \in N$ अभिसारी है।

(b) Prove that the intersection of an arbitrary collection of closed sets is closed.
सिद्ध कीजिए कि संवृत समुच्चयों का स्वेच्छ सार्वनिष्ठ निर्धारण एक संवृत समुच्चय होता है।

**2.** (a) Prove that the set of real numbers is not compact.

सिद्ध कीजिए कि वास्तविक संख्याओं का समुच्चय संहत नहीं है।

(b) Prove that the sequence $\{x_n\}$ where $x_n = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \ldots\ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}, \forall n \in N$ is convergent.

सिद्ध कीजिए कि अनुक्रम $\{x_n\}$ जहाँ $x_n = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \ldots\ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}, \forall n \in N$ अभिसारी है।

**3.** (a) Prove that every bounded sequence has a convergent subsequence.
सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक परिबद्ध अनुक्रम का एक अभिसारी उपानुक्रम होता है।

(b) Let $f$ be a continuous function defined on $[a, b]$. Then prove that $f$ is bounded on $[a, b]$.
माना $f, [a, b]$ पर परिभाषित एक संतत् फलन है। तब सिद्ध कीजिए कि फलन $f$ $[a, b]$ पर परिबद्ध है।

**4.** (a) Prove that if $f$ be a continuous function defined on $[a, b]$ such that $f(x) \in [a, b]$ for each $x \in [a, b]$ then there exists a point $x_0 \in [a, b]$ such that $f(x_0) = x_0$.
सिद्ध कीजिए कि यदि $f$ संवृत अन्तराल $[a, b]$ में संतत् फलन है ताकि $f(x) \in [a, b]$ $\forall x \in [a, b]$ तब एक बिन्दु $x_0 \in [a, b]$ इस प्रकार विद्यमान है कि $f(x_0) = x_0$

(b) Prove that the following function is not continuous at the origin:
सिद्ध कीजिए कि निम्न फलन मूल बिन्दु पर संतत् नहीं हैं:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^3}{x^2+y^6}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

**5.** (a) Discuss the differentiability of the function $f(x) = |x-2| + 2|x-3|$ in the interval [1,4].
अन्तराल [1,4] में फलन $f(x) = |x-2| + 2|x-3|$ की अवकलनीयता की विवेचना कीजिए।

(b) Verify Roll's theorem for the function
$f(x) = e^x \sin x$, $\forall x \in (0, \pi)$
फलन $f(x) = e^x \sin x$, $\forall x \in (0, \pi)$ के लिए रोल प्रमेय का सत्यापन कीजिए।

**6.** (a) State and Prove Darboux Theorem.

(b) If $f(x) = x, \forall x \in [0,1]$ then prove that function f is R-integrable

**7.** (a) Let $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$ is a series of continuous functions $u_n(x)$, $\forall n \in N$ in $[a, b]$ and converges uniformly to a sum function $f$ on $[a, b]$ then prove that $f$ is also continuous on $[a, b]$.
माना $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$ अन्तराल $[a, b]$ पर परिभाषित संतत फलनो $u_n(x)$, $\forall n \in N$ की श्रेणी है तथा $[a, b]$ पर

योग फलन $f$ को एकसमानतः अभिसृत होती है तब सिद्ध कीजिए कि $f$ भी $[a, b]$ पर सांतत् है।

(b) Show that $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n^p+n^q x^2}$, $\forall x \in R$ is uniformly convergent if $p + q > 2$.
प्रदर्शित कीजिए कि $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n^p+n^q x^2}$, $\forall x \in R$ एकसमानतः अभिसारी है यदि $p + q > 2$

8. (a)Test for the uniform convergence of the series $\sum_{n=0}^{\infty} x\, e^{-nx}$ and continuity of the sum function at $x = 0$.
श्रेणी $\sum_{n=0}^{\infty} x\, e^{-nx}$ के एकसमान अभिसरण के लिए जांच कीजिए तथा योग फलन की $x = 0$ पर सांतत्यता की जांच कीजिए।

(b) If a series $\sum f_n(x)$ of continuous functions on [a, b] converges uniformly to sum function S(x) then sum function S(x) is also continuous on [a, b].

# B.A./B.Sc. Third Semester Examination
## (Faculty of Science)
## MATHEMATICS
## SECOND PAPER
## Differential Equations

1. Solve (हल कीजिए) :

a) $(x^3 + xy^2 + a^2y)dx + (y^3 + yx^2 - a^2x)dy = 0$

b) $x^2p^2 - 2xyp + 2y^2 - x^2 = 0$

2. Solve (हल कीजिए) :

a) $(x - a)p^2 + (x - y)p - y = 0$

b) $(x^3 + xy^4)dx + 2y^3dy = 0$

3. Solve (हल कीजिए):

a. $(D^4 + 2D^3 + 3D^2 + 2D + 1)\, y = 0$

b. $(D^2 + a^2)^2 y = Sin\, ax$

4. Solve (हल कीजिए): $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + 2y = x\, log\, x$

5. Solve (हल कीजिए) :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + (1 - \cot x)\frac{dy}{dx} - y\cot x = sin^2x$$

6. Solve by the method of variation of parameters
प्राचल विचरण विधि द्वारा हल कीजिये

$$\frac{d^2y}{dx^2} + a^2y = cosec\, ax$$

7. Solve (हल कीजिए) :

(a) $\frac{dx}{x(y^2-z^2)} = \frac{dy}{y(z^2-x^2)} = \frac{dz}{z(x^2-y^2)}$

(b) $r - 2s + t = \sin(2x + 3y)$

8. Find the complete integral of the following equation by Charpit's method
निम्नलिखित समीकरण से चार्पी विधि से पूर्ण समाकलन ज्ञात कीजिये।

$2(z + xp + yq) = yp^2$

# B.A./B.Sc. (Pass)V Semester

## Assignment
## Mathematics
## Paper-I
## Discrete Mathematics

### Unit I

Q.1 (a) If $A, B$ and $C$ are any three sets , then prove that : $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ .
यदि $A, B$ तथा $C$ कोई तीन समुच्चय हैं , तो सिद्ध कीजिए कि , $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$.

(b) Prove by the principal of mathematical induction that
गणितीय आगमन सिद्धांत की सहायता से प्रदर्शित कीजिये कि $1 + 2 + 3 + \ldots\ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

Q.2 (a)How many integers are there between 1 and 1000 which are not divisible by 2,3,5 and 7.

1 और 1000 के बीच कितने पूर्णांक हैं जो 2,3,5 और 7 से विभाज्य नहीं हैं?

(b) If p,q,r are any three statements, then show that

यदि p,q,r कोई तीन कथन हैं, तो दर्शाइए कि

((p∨q) ∧(p→r) ∧(q→r)) →r is a tautolology .(एक पुनरुक्ति है).

### Unit II

Q.3 (a) If $S = \{(a, b): 1 + ab > 0; a, b \in R\}$ is a relation on the set $R$ of real numbers, then show whether $S$ is an equivalence relation or not.
यदि वास्तविक संख्याओं के समुच्चय $R$ पर परिभाषित संबंध $S = \{(a, b): 1 + ab > 0; a, b \in R\}$है, तो प्रदर्शित कीजिये कि संबंध $S$ एक तुल्यतासंबंध है या नहीं।

(b) If a function $f: Q - \{3\} \to Q$ defined by $f(x) = \frac{2x+3}{x-3}$ $\forall x \in Q - \{3\}$, then show whether $f$ is one –one, onto or one-one onto.
यदि एक फलन$f: Q - \{3\} \to Q$ निम्न प्रकार से परिभाषित है $f(x) = \frac{2x+3}{x-3}$ $\forall x \in Q - \{3\}$,·तब प्रदर्शित कीजिए कि क्या$f$ एकैकी, आच्छादक अथवा एकैकी आच्छादक है?

Q.4 (a) If $(L, \leq)$ be a lattice with two binary operations$(\vee)$ and $(\wedge)$, then for any elements $a, b, c \in L$prove that $a \wedge (b \vee c) \geq (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$
यदि$(L, \leq)$एक जालकहै, जिसमें$\vee$ तथा $\wedge$ द्विधारी संक्रियाएं है, तब किन्हीं अवयवों $a, b, c \in L$ के लिए सिद्ध कीजिए कि$a \wedge (b \vee c) \geq (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$

(b) A patient is given a prescription of 45 tablets with the instructions to take at least one tablet per day for 30 days. Prove that there must be a period of consecutive days during which the patient takes a total of Exactly 14 tablets.
एक मरीज को 30 दिनों के लिए किसी दवा की 45 गोलिया प्रतिदिन कम से कम एक गोली लेने के अनुदेश के साथ दी जाती है। सिद्ध कीजिये की लगातार कुछ दिनों का एक अंतराल ऐसा अवश्य है जिसमे मरीज यथार्थतः 14 गोलिया लेता है।

## UNIT III

Q.5 (a) If (B,+,.,',0,1) is a Boolean Algebra, then for any two arbitrary elements a, b∈B, prove that
यदि (B,+,.,', 0, 1) एक बूलियन बीजगणित है, तो किसी भी दो स्वेच्छ अवयव a, b∈B के लिए सिद्ध कीजिए

$$(a + b)' = a'.b'$$

And (तथा) $(a.b)' = a'+b'$

(b) If (B,+,.,',0,1) is a Boolean Algebra, then for any three arbitrary elements a, b,c∈B, prove that
यदि (B,+,.,', 0, 1) एक बूलियन बीजगणित है, तो किसी भी तीन स्वेच्छ अवयव a, b,c∈B के लिए सिद्ध कीजिए

$$(a + b).(b + c).(c + a) = a.b + b.c + c.a$$

Q .6. (a) Prove that in Boolean algebra (B,+,.,',0,1),Binary relation "≤"defined by
$(a \le b \Leftrightarrow a.b' = 0; a, b \in B)$ is a partial order relation.
सिद्ध कीजिए कि बूलियन बीजगणित (B,+,.,',0,1) में, द्विआधारी संबंध "≤" द्वारा परिभाषित
$(a \le b \Leftrightarrow a.b' = 0; a, b \in B)$ एक आंशिक क्रम संबंध है।

(b) Define Minterm and Maxterm in a Boolean algebra. Express the following Boolean function in Conjunctive Normal form:
बूलियन बीजगणित में न्यूनपद तथा अधिकपद को परिभाषित कीजिए। निम्नलिखित बूलियन फलन को संयोजक सामान्य रूप में व्यक्त कीजिए:

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2).(x_1 + x_2')(x_1' + x_3)$$

## UNIT !V

## Unit IV

Q.7 (a) Find the generating function of the numeric function $a_r = 3r + 2; r \ge 0$.
संख्याक फलन $a_r = 3r + 2; r \ge 0$ का जनक फलन ज्ञात कीजिये।

(b) Evaluate the sum
योगफल ज्ञात कीजिये।

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + r^2$$

Q.8 (a) Solve the following recurrence relation
निम्न पुनरावृत्ति संबंध का हल ज्ञात कीजिये।

$$a_r = a_{r-1} + a_{r-2}; r \ge 2, a_0 = 0, a_1 = 1.$$

(b) Using generating function find the solution of the following recurrence relation:
जनकफलन की सहायता से निम्न पुनरावृत्ति संबंध का हल ज्ञात कीजिये

$$a_r - 2a_{r-1} = 5; r \ge 1, a_0 = 1$$

*****

Assignment

B.A / B.Sc V sem

Subject - Maths

Paper - II, Optimization Theory

## Unit-I

1. (a) निम्न समीकरणों के लिए सभी सुसंगत हल ज्ञात कीजिए एवं ऐसा हल भी ज्ञात कीजिए जो कि आधारी हल नहीं है -

Find all the feasible solution of the system and also find a solu^n which is not basic.

$$x+y+2z = 12$$
$$3x+5y+8z = 50$$
$$x, y, z \geq 0$$

(b) $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ परिमित बिन्दुओं के सभी अवमुख संचयों का समुच्चय एक अवमुख समुच्चय होता है।

The set of all convex combination of a finite number of points $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ is a convex set.

2 (a) निम्न समीकरणों के लिए सभी आधारी हल ज्ञात कीजिए तथा दर्शाइए कि सभी अनपभ्रष्ट हैं

Find all the basic solution for the following equations and prove that they are non-degenerate.

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 10$$
$$x_1 + 2x_2 - x_3 = 8$$

(b) एक घात (रैखिक) प्रोग्रामिंग समस्या के सभी शक्य (सुसंगत) हलों का समुच्चय एक उत्तल (अवमुख) समुच्चय है

The set of all feasible solution of a L.P.P is a convex set.

## Unit-II

3. यदि रैखिक प्रोग्रामन समस्या अधिकतम $z = cx$ जबकि $Ax = b$, $x \geq 0$ का एक इष्टतम हल विद्यमान हो, तो कम से कम एक आधारी सुसंगत हल इष्टतम होता है।

If the L.P.P. $\max z = cx$ such that $Ax = b$, $x \geq 0$ admits an optimal solution, then atleast one basic feasible solution must be optimal.

4. निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को सिम्पलेक्स विधि से हल कीजिए
Solve the following L.P.P by simplex method :-

न्यूनतम (min) $Z = 2x_1 + x_2$

प्रतिबन्ध (s.t.) $3x_1 + x_2 = 3$

$4x_1 + 3x_2 - x_3 \geq 6$

$x_1 + 2x_2 \leq 4$

तथा (and) $x_1, x_2 \geq 0$

## Unit - III

5. किसी आद्य समस्या के द्वैती की द्वैती आद्य समस्या ही होती है।
The dual of the dual of a primal problem is the primal.

6. निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या की द्वैती समस्या को सिम्पलेक्स विधि से हल करो।
Solve the dual of the following L.P.P by simplex method.

अधिकतम (max) $Z = 4x_1 + 3x_2$

प्रतिबन्ध (s.t) $x_1 \leq 6$

$x_2 \leq 8$

$x_1 + x_2 \leq 7$

$3x_1 + x_2 \leq 15$

$-x_2 \leq 1$

तथा (and) $x_1, x_2 \geq 0$

## Unit - IV

7. निम्न नियतन समस्या को हल कीजिए
Solve the following assignment problem.

| | I | II | III | IV | V | VI |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 9 | 22 | 58 | 11 | 19 | 27 |
| B | 43 | 78 | 72 | 50 | 63 | 48 |
| C | 41 | 28 | 91 | 37 | 45 | 33 |
| D | 74 | 42 | 27 | 49 | 39 | 32 |
| E | 36 | 11 | 57 | 22 | 25 | 18 |
| F | 3 | 56 | 53 | 31 | 17 | 28 |

3. निम्न परिवहन समस्या को हल कीजिए :

Solve the following transportation problem.

| | $D_1$ | $D_2$ | $D_3$ | $D_4$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| $O_1$ | 1 | 2 | 1 | 4 | 30 |
| $O_2$ | 3 | 3 | 2 | 1 | 50 |
| $O_3$ | 4 | 2 | 5 | 9 | 20 |
| | 20 | 40 | 30 | 10 | |